### ZÁKLADNÁ PRAVDEPODOBNOSŤ

* Na prestížnu strednú školu sa hlási 1200 študentov, pričom škola prijíma iba 150 z nich. Zo všetkých prijatých študentov má 30 možnosť získať štipendium.Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný uchádzač bude prijatý a zároveň získa štipendium?

*Pravdepodobnosť, že náhodne vybraný uchádzač bude prijatý a zároveň získa štipendium, je 1/40​ alebo 2,5 %.*

* Letecká spoločnosť predáva 110 leteniek na let, hoci lietadlo má kapacitu iba 100 miest. Na základe historických údajov vieme, že každý cestujúci sa na let dostaví s pravdepodobnosťou 90 %.Aká je pravdepodobnosť, že viac ako 100 cestujúcich sa skutočne dostaví na let?

*Pravdepodobnosť, že viac ako 100 cestujúcich sa dostaví na let, je približne 31.8 %.*

* V populácii má 2 % ľudí určité ochorenie. Existuje test, ktorý dokáže ochorenie odhaliť s pravdepodobnosťou 95 %, avšak aj u zdravého človeka dá falošne pozitívny výsledok s pravdepodobnosťou 5 %.Aká je pravdepodobnosť, že náhodne testovaný človek dostane pozitívny výsledok?Ak niekto dostane pozitívny výsledok, aká je pravdepodobnosť, že skutočne má ochorenie?

*P****ravdepodobnosť, že test ukáže pozitívny výsledok, je 6.8 %.*** *Pravdepodobnosť, že človek skutočne má ochorenie, ak test ukázal pozitívny výsledok, je 27.9 %.*

* Hráč A má úspešnosť streľby 80 %, hráč B 70 % a hráč C 60 %. Každý hráč vystrelí jednu strelu.Aká je pravdepodobnosť, že aspoň jeden hráč trafí kôš?

*Pravdepodobnosť, že aspoň jeden hráč trafí kôš, je* ***97.6 %****.*

* V lotérii hráč vyberá 6 čísel zo 49. Aby vyhral hlavnú cenu, musí správne uhádnuť všetkých 6 čísel.Aká je pravdepodobnosť, že hráč vyhrá hlavnú cenu?

*Pravdepodobnosť, že hráč vyhrá hlavnú cenu v lotérii, je* ***približne 0.00000715 %*** *alebo* ***1 ku 13,983,816.***

* Reklama na internete má pravdepodobnosť 4 %, že niekto na ňu klikne. Ak osoba klikne na reklamu, existuje 20 % šanca, že vykoná nákup.Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný návštevník stránky klikne na reklamu a zároveň vykoná nákup?

*Pravdepodobnosť, že náhodne vybraný návštevník stránky klikne na reklamu a zároveň vykoná nákup, je* ***0.8 %*** *alebo* ***0.008 (8 zo 1000 návštevníkov).***

* Vodič prechádza dvoma semaformi. Pravdepodobnosť, že prvý semafor bude na červenej, je 30 %, a pravdepodobnosť, že druhý semafor bude na červenej, je 40 %. Tieto udalosti sú nezávislé.Aká je pravdepodobnosť, že vodič bude musieť zastaviť aspoň na jednom semafore?

*Pravdepodobnosť, že vodič bude musieť zastaviť aspoň na jednom semafore, je* ***58 %*** *alebo* ***0.58****.*

* V obchode sú traja predajcovia: Peter, Jana a Tomáš. Peter obsluhuje 50 % zákazníkov, Jana 30 % a Tomáš 20 %. Peter dokončí predaj s pravdepodobnosťou 90 %, Jana s pravdepodobnosťou 80 % a Tomáš s pravdepodobnosťou 70 %.Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný zákazník uskutoční nákup?Ak zákazník uskutočnil nákup, aká je pravdepodobnosť, že ho obsluhoval Peter?

*Teda* ***pravdepodobnosť, že zákazník uskutoční nákup, je 83 %****.**Teda* ***pravdepodobnosť, že zákazníka obsluhoval Peter, ak uskutočnil nákup, je 54.2 %.***

* Z prepravnej spoločnosti bolo odoslaných 1000 balíkov. Historicky je známe, že 2 % balíkov sa poškodia počas prepravy. Ak sa balík poškodí, pravdepodobnosť, že zákazník podá sťažnosť, je 60 %.Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný balík bude poškodený a zároveň zákazník podá sťažnosť?

*Pravdepodobnosť, že náhodne vybraný balík bude poškodený a zároveň zákazník podá sťažnosť, je* ***1.2 %*** *alebo* ***0.012 (12 z 1000 balíkov).***

* V turnaji sa zúčastňuje 16 hráčov. Každý zápas sa hrá na dve víťazné hry. Pravdepodobnosť, že hráč A vyhrá jednu hru proti hráčovi B, je 70 %.Aká je pravdepodobnosť, že hráč A vyhrá celý zápas (t. j. vyhrá dve hry skôr ako hráč B)?

*Pravdepodobnosť, že hráč A vyhrá celý zápas, je* ***78.4 %.***

### BERNOULLIHO ROZDELENIE

* V laboratóriu sa testuje nový algoritmus na rozpoznávanie reči. Pravdepodobnosť, že algoritmus správne rozpozná vyslovené slovo, je 0,94. Ak používateľ vysloví slovo 5krát, aká je pravdepodobnosť, že algoritmus ho aspoň raz rozpozná nesprávne? Ak sa algoritmus použije na 1 000 slov, koľko nesprávnych rozpoznaní očakávame?

*Pravdepodobnosť, že algoritmus aspoň raz zlyhá pri 5 pokusoch: 0.265 (26,5 %). Očakávaný počet nesprávnych rozpoznaní pri 1 000 slovách: 60.*

* **Pri kontrole kvality výroby polovodičov má každý čip pravdepodobnosť 0,001, že bude chybný. Na kontrolu sa používa test, ktorý s pravdepodobnosťou 0,99 správne identifikuje chybný čip a s pravdepodobnosťou 0,97 správne identifikuje funkčný čip.** Ak je náhodne vybraný čip chybný, aká je pravdepodobnosť, že test ho správne identifikuje? Ak je čip funkčný, aká je pravdepodobnosť, že test ho nesprávne označí ako chybný?

*Pravdepodobnosť, že test správne identifikuje chybný čip: 99 %. Pravdepodobnosť, že test nesprávne označí funkčný čip ako chybný: 3 %.*

* **Letisko používa bezpečnostný skener na detekciu nebezpečných predmetov v batožine. Pravdepodobnosť, že skener správne identifikuje zakázaný predmet, je 0,98, ale s pravdepodobnosťou 0,03 nesprávne označí bežnú batožinu ako nebezpečnú.** Ak je na letisku 5 % batožín skutočne nebezpečných, aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná batožina bude označená ako nebezpečná?

*Pravdepodobnosť, že batožina bude označená ako nebezpečná: 0.0775 (7,75 %).*

* **V priemyselnom závode je nový optický senzor na kontrolu kvality zvárania. Pravdepodobnosť, že senzor správne deteguje chybu v zvare, je 0,985. Ak však zvar nie je chybný, existuje pravdepodobnosť 0,02, že senzor nesprávne vyhlási zvar za chybný.** Ak je v priemere 1 % všetkých zvarov chybných, aká je pravdepodobnosť, že senzor označí náhodne vybraný zvar ako chybný? Ak senzor označí zvar ako chybný, aká je pravdepodobnosť, že zvar je skutočne chybný?

*Pravdepodobnosť, že senzor označí náhodne vybraný zvar ako chybný: 2,97 %. Pravdepodobnosť, že zvar je skutočne chybný, ak ho senzor označil ako chybný: 33,25 %.*

* **V bankovom systéme sa analyzuje bezpečnostná metóda na detekciu podozrivých transakcií. Ak je transakcia podvodná, systém ju správne označí s pravdepodobnosťou 0,95. Ak je transakcia legitímna, existuje pravdepodobnosť 0,02, že bude nesprávne označená ako podvodná.** Ak je v systéme priemerne 0,5 % transakcií podvodných, aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná transakcia bude označená ako podvodná?

*Pravdepodobnosť, že náhodne vybraná transakcia bude označená ako podvodná: 2,47 %.*

### BINOMICKÉ ROZDELENIE

* Hokejista premení 30 % zo svojich striel na gól. Ak vystrelí 5-krát, aká je pravdepodobnosť, že strelí presne 2 góly?

*Pravdepodobnosť, že hokejista strelí presne* ***2 góly*** *z* ***5 striel,*** *je* ***30.87 %*** *alebo* ***0.3087.***

* Pri výrobe súčiastok má každá vyrobená súčiastka pravdepodobnosť 0,02, že bude chybná. Ak skontrolujeme 50 súčiastok, aká je pravdepodobnosť, že budú presne 3 chybné?

*Pravdepodobnosť, že zo* ***50 skontrolovaných súčiastok budú presne 3 chybné****, je* ***6.38 %*** *alebo* ***0.0638.***

* V triede je 10 študentov a každý má 20 % pravdepodobnosť, že bude vyvolaný. Aká je pravdepodobnosť, že budú vyvolaní presne 2 študenti?

*Pravdepodobnosť, že z* ***10 študentov budú vyvolaní presne 2****, je* ***30.2 %*** *alebo* ***0.302.***

* Automat má 80 % pravdepodobnosť, že správne vydá mince. Ak vydá 10 mincí, aká je pravdepodobnosť, že presne 9 z nich bude správnych?

*Pravdepodobnosť, že z* ***10 vydaných mincí bude presne 9 správnych****, je* ***26.84 %*** *alebo* ***0.2684.***

* V balíčku kariet je 52 kariet, z toho 13 sú srdcia. Ak náhodne vyberieme 5 kariet, aká je pravdepodobnosť, že presne 2 budú srdcia?

*Pravdepodobnosť, že z* ***5 vybraných kariet budú presne 2 srdcia****, je* ***27.4 %*** *alebo* ***0.274.***

### GEOMETRICKÉ ROZDELENIE

* Pravdepodobnosť výhry v hre je 0,2. Aká je pravdepodobnosť, že prvá výhra nastane až pri piatom pokuse?

*Pravdepodobnosť, že prvá výhra nastane až pri* ***piatom pokuse****, je* ***8.19 %*** *alebo* ***0.08192.***

* Hádžeme mincu, kým nepadne hlava. Aká je pravdepodobnosť, že prvá hlava padne až pri štvrtom hode?

*Pravdepodobnosť, že prvá hlava padne až pri* ***štvrtom hode****, je* ***6.25 %*** *alebo* ***0.0625****.*

* V priemere 1 z 5 produktov neprejde kontrolou kvality. Aká je pravdepodobnosť, že prvý nepodarený výrobok sa objaví na siedmom pokuse?

*Pravdepodobnosť, že prvý nepodarený výrobok sa objaví* ***až pri siedmom pokuse****, je* ***5.24 %*** *alebo* ***0.0524****.*

* Pri skúške má študent pravdepodobnosť 0,3, že správne odpovie na otázku. Aká je pravdepodobnosť, že prvý správny výsledok bude na tretej otázke?

*Pravdepodobnosť, že študent odpovie správne až na* ***tretej otázke****, je* ***14.7 %*** *alebo* ***0.147****.*

* V systéme počítačovej bezpečnosti každý pokus o neoprávnený prístup má pravdepodobnosť odhalenia 0,1. Aká je pravdepodobnosť, že prvý zachytený pokus bude až na desiatom pokuse?

*Pravdepodobnosť, že prvý zachytený pokus nastane* ***až na desiatom pokuse****, je* ***3.87 %*** *alebo* ***0.0387****.*

### POISSONOVO ROZDELENIE

* Priemerný počet zákazníkov v obchode je 5 za hodinu. Aká je pravdepodobnosť, že za jednu hodinu príde presne 7 zákazníkov?

*Pravdepodobnosť, že za jednu hodinu príde* ***presne 7 zákazníkov****, je* ***10.4 %*** *alebo* ***0.104****.*

* Priemerný počet chýb na strane knihy je 1,5. Aká je pravdepodobnosť, že na konkrétnej strane budú presne 3 chyby?

*Pravdepodobnosť, že na konkrétnej strane budú* ***presne 3 chyby****, je* ***12.55 %*** *alebo* ***0.1255****.*

* V priemere príde 2 e-maily so sťažnosťami denne. Aká je pravdepodobnosť, že v daný deň nepríde žiadny e-mail?

*Pravdepodobnosť, že v daný deň nepríde* ***žiadny e-mail so sťažnosťou****, je* ***13.53 %*** *alebo* ***0.1353****.*

* Meteorológovia pozorujú búrky v oblasti s priemerným výskytom 3 za týždeň. Aká je pravdepodobnosť, že v daný týždeň budú presne 4 búrky?

*Pravdepodobnosť, že v daný týždeň budú* ***presne 4 búrky****, je* ***16.81 %*** *alebo* ***0.1681****.*

* V autoservise opravujú v priemere 10 áut denne. Aká je pravdepodobnosť, že dnes opravia presne 15 áut?

*Pravdepodobnosť, že dnes opravia* ***presne 15 áut****, je* ***3.47 %*** *alebo* ***0.0347****.*

### EXPONENCIÁLNE ROZDELENIE

* Priemerný čas medzi príchodmi zákazníkov do kaviarne je 6 minút. Aká je pravdepodobnosť, že ďalší zákazník príde do 4 minút?

*Pravdepodobnosť, že ďalší zákazník príde* ***do 4 minút****, je* ***48.66 %*** *alebo* ***0.4866****.*

* Žiarovka má priemernú životnosť 1000 hodín. Aká je pravdepodobnosť, že vydrží aspoň 1500 hodín?

*Pravdepodobnosť, že žiarovka vydrží* ***aspoň 1500 hodín****, je* ***22.31 %*** *alebo* ***0.2231****.*

* Automat na lístky sa poruchuje v priemere raz za 20 dní. Aká je pravdepodobnosť, že sa pokazí do 10 dní?

*Pravdepodobnosť, že sa automat* ***pokazí do 10 dní****, je* ***39.35 %*** *alebo* ***0.3935****.*

* Priemerný čas medzi poruchami výrobného stroja je 8 hodín. Aká je pravdepodobnosť, že sa stroj pokazí do 5 hodín?

*Pravdepodobnosť, že sa stroj* ***pokazí do 5 hodín****, je* ***46.47 %*** *alebo* ***0.4647****.*

* Autobus prichádza na zastávku v priemere každých 10 minút. Aká je pravdepodobnosť, že ďalší autobus príde do 7 minút?

*Pravdepodobnosť, že ďalší autobus príde* ***do 7 minút****, je* ***50.34 %*** *alebo* ***0.5034****.*

### NORMÁLNE ROZDELENIE

* Priemerná výška dospelých mužov je 175 cm so smerodajnou odchýlkou 6 cm. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraný muž bude vyšší ako 180 cm?

*Pravdepodobnosť, že náhodne vybraný muž bude vyšší ako* ***180 cm****, je* ***20.33 %*** *alebo* ***0.2033****.*

* Hmotnosť balíkov doručených kuriérom je normálne rozložená so strednou hodnotou 5 kg a smerodajnou odchýlkou 1 kg. Aká je pravdepodobnosť, že balík váži medzi 4 a 6 kg?

*Pravdepodobnosť, že balík váži medzi* ***4 a 6 kg****, je* ***68.26 %*** *alebo* ***0.6826****.*

* Priemerná rýchlosť áut na diaľnici je 120 km/h so smerodajnou odchýlkou 15 km/h. Aká je pravdepodobnosť, že náhodné auto pôjde rýchlosťou nad 140 km/h?

*Pravdepodobnosť, že náhodné auto pôjde* ***rýchlosťou nad 140 km/h****, je* ***9.18 %*** *alebo* ***0.0918****.*

* Priemerné skóre testu z matematiky je 75 bodov so smerodajnou odchýlkou 10 bodov. Aká je pravdepodobnosť, že študent získa viac ako 85 bodov?

*Pravdepodobnosť, že študent získa* ***viac ako 85 bodov****, je* ***15.87 %*** *alebo* ***0.1587****.*

* Priemerný čas opravy chladničky je 3 hodiny so smerodajnou odchýlkou 0,5 hodiny. Aká je pravdepodobnosť, že oprava bude trvať menej ako 2,5 hodiny?

*Pravdepodobnosť, že oprava chladničky bude trvať* ***menej ako 2,5 hodiny****, je* ***15.87 %*** *alebo* ***0.1587****.*

### GAMMA ROZDELENIE

* **V systéme výroby elektronických súčiastok sa analyzuje doba do prvého výskytu poruchy. Experimentálne sa zistilo, že doba medzi dvoma po sebe idúcimi poruchami nasleduje gamma rozdelenie s tvarovým parametrom** k = 3 a **mierkovým parametrom** θ = 2 (v hodinách). Aká je pravdepodobnosť, že prvá porucha nastane do 4 hodín? Aká je pravdepodobnosť, že medzi poruchami prejde aspoň 6 hodín?

*Pravdepodobnosť, že prvá porucha nastane do 4 hodín: 0.323 (32,3 %). Pravdepodobnosť, že medzi poruchami prejde aspoň 6 hodín: 0.424 (42,4 %).*

* V internetovom dátovom centre sa sleduje počet požiadaviek na server. Priemerný čas medzi príchodmi požiadaviek nasleduje gamma rozdelenie s parametrami k = 5 a θ = 0,3 (v sekundách). Aká je pravdepodobnosť, že piata požiadavka príde do 1 sekundy od štartu pozorovania?

*Pravdepodobnosť, že piata požiadavka príde do 1 sekundy od štartu pozorovania, je približne 1,8 %.*

* Životnosť biologických buniek v experimentálnom teste sa riadi gamma rozdelením s tvarovým parametrom k = 4 a mierkovým parametrom θ = 1.5 (v dňoch). Aká je pravdepodobnosť, že bunka prežije aspoň 6 dní? Aká je pravdepodobnosť, že bunka prežije medzi 4 a 7 dňami?

*Pravdepodobnosť, že bunka prežije aspoň 6 dní: 0.262 (26,2 %). Pravdepodobnosť, že bunka prežije medzi 4 a 7 dňami: 0.400 (40,0 %).*

* Dĺžka času (v dňoch) potrebná na vyriešenie špecifického typu softvérového incidentu sa modeluje gamma rozdelením s parametrami k = 3 a θ = 2.5. Aká je pravdepodobnosť, že riešenie incidentu bude trvať menej ako 5 dní?

*Pravdepodobnosť, že riešenie incidentu bude trvať menej ako 5 dní, je približne 32,3 %.*

* V štúdii o trvaní výdrže batérií sa ukázalo, že čas do vybitia batérie sleduje gamma rozdelenie s tvarovým parametrom k = 6 a mierkovým parametrom θ = 0.5 (v hodinách). Aká je pravdepodobnosť, že batéria vydrží aspoň 4 hodiny? Aká je pravdepodobnosť, že batéria sa vybije medzi 2 a 5 hodinami?

*Pravdepodobnosť, že batéria vydrží aspoň 4 hodiny: 0.191 (19,1 %). Pravdepodobnosť, že batéria sa vybije medzi 2 a 5 hodinami: 0.718 (71,8 %).*

### CHI-KVADRÁT ROZDELENIE

* Výsledky testu zhody (chi-square test) v prieskume spokojnosti zákazníkov nasledujú chi-kvadrát rozdelenie s 10 stupňami voľnosti. Aká je pravdepodobnosť, že výsledná hodnota testu bude vyššia ako 15?

*Pravdepodobnosť, že výsledná hodnota testu* ***bude vyššia ako 15****, je* ***20 %*** *alebo* ***0.20****.*

* V genetickom výskume sa vykonal test na rovnomerné rozdelenie alel v populácii. Výsledná hodnota testu zhody má 5 stupňov voľnosti. Aká je pravdepodobnosť, že táto hodnota prekročí 11?

*Pravdepodobnosť, že výsledná hodnota testu* ***prekročí 11****, je* ***7.6 %*** *alebo* ***0.076****.*

* Pri analýze rozptylu v experimente bola vypočítaná hodnota chi-kvadrát s 8 stupňami voľnosti. Aká je pravdepodobnosť, že táto hodnota bude medzi 10 a 20?

*Pravdepodobnosť, že hodnota chi-kvadrát* ***bude medzi 10 a 20****, je* ***30.5 %*** *alebo* ***0.305****.*

* Skupina vedcov analyzuje rozdiely medzi očakávanými a skutočnými výsledkami v epidemiologickej štúdii. Hodnota testu zhody má 6 stupňov voľnosti. Aká je pravdepodobnosť, že testová hodnota bude menšia ako 7?

*Pravdepodobnosť, že testová hodnota* ***bude menšia ako 7****, je* ***68.6 %*** *alebo* ***0.686****.*

* V kontingenčnej tabuľke so 4 stupňami voľnosti sa analyzuje distribúcia preferencií spotrebiteľov. Aká je pravdepodobnosť, že výsledná hodnota testu bude väčšia ako 9?

*Pravdepodobnosť, že výsledná hodnota testu* ***bude väčšia ako 9****, je* ***13.6 %*** *alebo* ***0.136****.*

### LINEÁRNA ZÁVISLOSŤ A NEZÁVISLOSŤ VEKTOROV

* Vektorový priestor obsahuje vektory v₁ = (2, -3) a v₂ = (4, -6). Sú tieto vektory lineárne závislé alebo nezávislé? Ak sú závislé, vyjadrite jeden vektor ako lineárnu kombináciu druhého.

*Vektory v1 a v2 sú* ***lineárne závislé****, pretože v2=2v1​.*

* Dané sú vektory a = (1, 2, 3), b = (4, 5, 6) a c = (7, 8, 9). Určte, či sú tieto vektory lineárne závislé.

*Vektory a, b, c sú* ***lineárne závislé****, pretože determinant matice ich súradníc je nulový.*

* Na teleso pôsobia sily reprezentované vektormi F₁ = (5, 2, -1), F₂ = (-10, -4, 2) a F₃ = (15, 6, -3). Sú tieto sily lineárne závislé? Ak áno, čo to znamená pre rovnováhu síl?

*Sily F1, F2, F3 ​ sú* ***lineárne závislé****, pretože determinant matice ich súradníc je nulový. To znamená, že môžu byť v* ***rovnováhe****, ak sa ich súčet rovná nule.*

* V elektrickej sieti pretekajú prúdy popísané vektormi I₁ = (2, 3, -1), I₂ = (4, 6, -2) a I₃ = (-6, -9, 3). Skúmajte lineárnu závislosť prúdov.

*Prúdové vektory I1, I2, I3 ​ sú* ***lineárne závislé****, pretože determinant matice ich súradníc je nulový a I2 a I3 sú skalárnymi násobkami I1.*

* Dané sú vektory x₁ = (1, -1, 2, 3), x₂ = (2, -2, 4, 6) a x₃ = (3, -3, 6, 9). Zistite, či sú tieto vektory lineárne nezávislé.

*Vektory x1, x2, x3 sú* ***lineárne závislé****, pretože x2​ a x3​ sú skalárnymi násobkami x1.*

* Body A = (1,2,3), B = (4,5,6), C = (7,8,9) a D = (10,11,12) sú vrcholmi útvaru v priestore. Skúmajte lineárnu závislosť vektorov AB, AC, AD.

*Vektory AB, AC, ADAB, AC, ADAB, AC, AD sú* ***lineárne závislé****, pretože determinant ich matice je nulový. To znamená, že body A, B, C, DA, B, C, DA, B, C, D* ***ležia v jednej rovine*** *a netvoria priestorový útvar so štyrmi nezávislými bodmi.*

* Vývoj cien produktov v čase je popísaný vektormi p₁ = (3, 2, 1), p₂ = (6, 4, 2) a p₃ = (9, 6, 3). Sú tieto vektory lineárne nezávislé?

*Vektory p1, p2, p3 sú* ***lineárne závislé****, pretože p2 = 2p1 a p3 = 3p1. To znamená, že nepopisujú tri nezávislé smery a ležia v jednej priamke.*

* Smer pohybu troch článkov robota je daný vektormi r₁ = (1, 0, -1), r₂ = (2, 0, -2) a r₃ = (3, 0, -3). Určite ich závislosť.

*Vektory r1, r2, r3 sú* ***lineárne závislé****, pretože r2 = 2r1 a r3 = 3r1​. To znamená, že všetky ležia na jednej priamke a nepokrývajú celý trojrozmerný priestor.*

* Dané sú vektory polohy p₁ = (5, -2, 1), p₂ = (10, -4, 2), p₃ = (15, -6, 3).  
  a) Sú tieto polohové vektory lineárne závislé?

*Vektory p1, p2, p3 sú* ***lineárne závislé****, pretože p2=2p1 a p3=3p1​. To znamená, že všetky ležia na jednej priamke a nepokrývajú celý trojrozmerný priestor.*

* Tri zvukové vlny sú reprezentované vektormi s₁ = (1, 0, 0, 1), s₂ = (2, 1, -1, 0) a s₃ = (3, 1, -1, 1). Určte, či sú signály lineárne nezávislé.

*Vektory s1, s2, s3​ sú* ***lineárne závislé****, pretože s3 = s2 + s1​. To znamená, že aspoň jeden z nich je vyjadriteľný ako lineárna kombinácia ostatných, a teda netvoria nezávislú množinu v štvorrozmernom priestore.*

### LINEÁRNA KOMBINÁCIA VEKTOROV

* Máme vektory **u = (1, 2)** a **v = (3, -1)**. Vyjadrite vektor **w = (7, 3)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor w = (7,3) môžeme vyjadriť ako lineárnu kombináciu vektorov u a v:*

* Sú vektory **a = (2, 4, -1), b = (1, -2, 3)** a **c = (5, 10, -3)** lineárne kombinovateľné?

*Vektory a,b,c* ***nie sú lineárne kombinovateľné****, teda sú* ***lineárne nezávislé****. Žiadny z nich nemožno vyjadriť ako lineárnu kombináciu ostatných.*

* Sily pôsobiace na objekt sú dané vektormi **F₁ = (1, 2, 3)** a **F₂ = (4, -1, 5)**. Nájdite silu **F₃ = (10, 5, 12)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor F3 = (10,5,12)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov F1​ a F2​. To znamená, že vektory F1, F2, F3 sú* ***lineárne nezávislé****.*

* Rýchlosť telesa sa mení podľa vektorov **v₁ = (2, 3, -1)** a **v₂ = (1, -4, 2).** Nájdite rýchlosť **v₃ = (5, 0, 4)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor v3 = (5,0,4)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov v1 a v2​. To znamená, že vektory v1, v2, v3 ​ sú* ***lineárne nezávislé****.*

* Moment sily je vyjadrený vektormi **M₁ = (3, 2, 1)** a **M₂ = (4, -1, 5)**. Vyjadrite moment ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor M3 = (12,5,6)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov M1 ​a M2​. To znamená, že vektory M1, M2, M3 sú* ***lineárne nezávislé****.*

* Tri továrne vyrábajú produkty podľa vektorov **p₁ = (5, 2, 1), p₂ = (3, 7, 2).** Nájdite produkciu **p₃ = (19, 11, 7)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor p3 = (19,11,7)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov p1 a p2. To znamená, že vektory p1, p2, p3 sú* ***lineárne nezávislé****.*

* Dráhy častíc sú popísané vektormi **d₁ = (1, 0, 2)** a **d₂ = (3, -1, 4).** Určte kombináciu pre **d₃ = (8, -2, 10).**

*Vektor d3 je lineárnou kombináciou d1 a d2​ v tvare:*

* Transformácia obrazu je reprezentovaná vektormi **t₁ = (2, 3, 1)** a **t₂ = (4, -1, 5).** Nájdite transformáciu **t₃ = (10, 5, 12)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor t3 = (10,5,12****) nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov t1 a t2​. To znamená, že vektory t1, t2, t3 sú* ***lineárne nezávislé****.*

* Zvukový signál je kombináciou vektorov **s₁ = (1, 0, 1, -1)** a **s₂ = (2, 3, -2, 4).** Určte signál **s₃ = (5, 6, -1, 9)** ako ich lineárnu kombináciu.

*Vektor s3 = (5, 6, −1,9)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov s1 a s2. To znamená, že vektory s1, s2, s3 ​ sú* lineárne ***nezávislé****.*

* Pohyb tela je popísaný vektormi **p₁ = (1, -1, 2)** a **p₂ = (3, 4, -5).** Vyjadrite pohyb **p₃ = (8, 10, -1)** ako lineárnu kombináciu.

*Vektor p3 = (8,10,−1)* ***nie je možné vyjadriť ako lineárnu kombináciu*** *vektorov p1 a p2​.  
To znamená, že vektory p1, p2, p3 sú* ***lineárne nezávislé****.*

### SLOVNÉ ÚLOHY S VEKTORMI

* **V mestskom parku sa nachádzajú tri rôzne fontány s tryskami vody, ktoré smerujú vektorovými silami:**
* F1 = (3,4,−1)
* F2 = (−2,1,5)
* F3 = (6,−3,2)

Aká je výsledná sila pôsobiaca na vodu? Nájdite jednotkový vektor v smere výslednej sily.

*Výsledná sila je Fres = (7, 2, 6) a jednotkový vektor v smere sily výslednej sily je:*

* **V automobilovej výrobe sú robotické ramená naprogramované tak, aby manipulovali s dielmi. Pohyb týchto ramien je daný vektormi:**
* R1 = (5,−2,4)
* R2 = (−3,6,−1)

Určte ich skalárny súčin. Aký je uhol medzi týmito dvoma pohybmi?

*Skalárny súčin je R1 \* R2 = -31 a uhol medzi vektormi θ* *≈ 108∘.*

* **Dve lode sa pohybujú v mori po rôznych trasách. Prvá loď má rýchlosť danú vektorom** V1 = (4,2) zatiaľ čo druhá loď sa pohybuje v smere vektora V2 = (−1,5). Určte ich relatívnu rýchlosť. Zistite, za aký čas sa ich vzdialenosť zväčší o 10 km.

*Relatívna rýchlosť je Vrel = (-5, 3), veľkosť relatívnej rýchlosti ≈ 5.83 km/h a čas na zväčšenie vzdialenosti o 10 km ≈ 1.72 hodiny (približne 1 hodina 43 minút),*

* **V prúdovom lietadle pôsobí na krídlo vztlaková sila popísaná vektorom** L = (200,150,300) zatiaľ čo odpor vzduchu je reprezentovaný vektorom D = (−100,−50,−150). Aká je výsledná sila pôsobiaca na lietadlo?

*Výsledná sila pôsobiaca na lietadlo je Fres = (100, 100, 150)*

* **Dve vesmírne sondy sledujú asteroid, pričom ich trajektórie sú určené vektormi**
* S1 = (5,−3,7)
* S2 = (2,4,−6)

Určte vektorový súčin týchto vektorov a interpretujte jeho význam.

*Vektorový súčin je S1 \* S2 = (-10, 44, 26).* Tento vektor je **kolmý na obe trajektórie sond** a určuje rovinu, v ktorej sa pohybujú.

* **V šachovom turnaji sú hráči reprezentovaní bodmi v priestore:**
* A = (2,3,4)
* B = (5,−1,2)
* C = (−3,7,1)

Nájdite vektor vyjadrujúci smer od hráča A k hráčovi B. Zistite dĺžku tohto vektora.

*Smerový vektor od A k B je = (3, -4, -2 ). Dĺžka vektora je = ≈ 5.39*

* **V stavebnom inžinierstve sa pri výpočtoch konštrukčných síl pracuje s vektormi napätia. Ak sú vektorové napätia v dvoch rôznych bodoch dané ako**
* T1=(8,−2,3)
* T2=(−4,6,7)

Určte výsledné napätie v konštrukcii.

*Výsledné napätie v konštrukcii je Tres = (4, 4, 10).*

* **Pohyb dopravného pásu v továrni je určený dvoma silami pôsobiacimi v rôznych smeroch, popísanými vektormi**
* F1 = (3,−1,2)
* F2 = (−2,4,−5)

Nájdite súčet týchto síl a určte ich smerový vektor.

*Výsledná sila je Fres = (1, 3, -3) a jednotkový vektor je:*

* **V navigačnom systéme satelitov sú polohy troch satelitov reprezentované bodmi:**
* S1 = (1,2,3)
* S2 =(4,5,6)
* S3 = (7,8,9)

Skúmajte, či sú vektory medzi týmito bodmi lineárne závislé.

*Vektory medzi bodmi sú* ***lineárne závislé****, pretože S1S3 = 2S1S2. To znamená, že* ***body*** *S1, S2, S3* ***ležia na jednej priamke*** *(sú kolineárne).*

* **Na pretekoch dronov sa analyzujú ich rýchlosti, ktoré sú reprezentované vektormi**
* V1 = (10,5,−3)
* V2 = (6,−2,4)

Vypočítajte veľkosť vektora rozdielu rýchlostí.

*Rozdiel rýchlostí je Vdiff = (4, 7, -7) a veľkosť rozdielu rýchlosti je ≈ 10.68.*

### SLOVNÉ ÚLOHY S MATICAMI

* Dopravná spoločnosť sleduje množstvo prepraveného nákladu medzi tromi mestami. Množstvo (v tonách) je reprezentované maticou

M =

Každý typ tovaru má rôzne prepravné náklady na tonu, ktoré sú reprezentované vektorom c = (5,7,6). Vypočítajte celkové prepravné náklady pre všetky tovary.

*Celkové prepravné náklady sú* ***5095*** *jednotiek meny.*

* Firma vyrába tri rôzne produkty a sleduje ich výrobnú spotrebu v troch rôznych závodoch. Spotreba zdrojov je daná maticou

S =

a dopyt po produktoch v jednotlivých závodoch je daný vektorom d = (100,150,200). Vypočítajte celkovú spotrebu zdrojov pre jednotlivé produkty.

*Celková spotreba zdrojov pre jednotlivé produkty je (1300, 2750, 4150).*

* V predajni elektroniky sa sleduje predaj troch rôznych produktov v priebehu troch mesiacov. Predajné čísla sú reprezentované maticou

P =

Určte priemerný predaj každého produktu. Ak sa ceny produktov menia každý mesiac podľa vektora c = (200,220,250), aký bol celkový príjem za predané produkty?

*Priemerný predaj každého produktu bol (55, 75, 95) ks za mesiac. Celkový príjem za predané produkty je 151050 jednotiek meny.*

* Počas konferencie boli účastníci rozdelení do troch skupín a každý deň sa menil ich počet v jednotlivých miestnostiach. Počet účastníkov v troch miestnostiach počas troch dní je daný maticou

A =

Určte celkový počet účastníkov za všetky dni. Ak sa kapacita miestností zvyšuje každý deň o vektor (5,10,15), určte počet účastníkov na konci konferencie.

*Celkový počet účastníkov za všetky dni je 355 a počet účastníkov na konci konferencie je 445.*

* V laboratóriu sa sleduje koncentrácia troch chemických látok v rôznych vzorkách. Namerané hodnoty sú uložené v matici

C =

Ak sa pri každom meraní vyskytuje štatistická odchýlka reprezentovaná vektorom e = (0.05,0.07,0.06), určte finálne koncentrácie látok po pripočítaní odchýlky.

*Finálne koncentrácie chemických látok po pripočítaní odchýlok sú:*

C‘ =

* V IT firme analyzujú výkon serverov v troch rôznych dátových centrách. Každý server spracováva požiadavky podľa matice

D =

Ak sú servery nahradené výkonnejšími verziami, ktorých výkon je zvýšený o vektor u = (10,15,20), určte nový výkon serverov.

*Nový výkon serverov po nahradení výkonnejšími verziami je:*

D‘ =

* V urbanistickom plánovaní sa sleduje hustota dopravy medzi tromi mestami. Dopravné toky sú reprezentované maticou

T =

Ak sa počet áut v mestách zvyšuje o vektor v = (50,75,100), určte nový počet áut v dopravných tokoch.

*Nový počet áut v dopravných tokoch po zvýšení je:*

T‘ =

* V zdravotníctve sa analyzuje distribúcia liekov medzi tromi nemocnicami. Počet dodaných balení je reprezentovaný maticou

L =

Ak sa plánuje zvýšenie dodávok o vektor z = (50,100,150), určte celkový počet dodaných balení po zvýšení.

*Celkový počet dodaných balení po zvýšení je* ***6750****.*

* Vo výrobe sa analyzuje počet vyrobených komponentov v troch závodoch počas troch mesiacov. Výroba je reprezentovaná maticou

V =

Ak každý závod plánuje zvýšiť produkciu o vektor p = (100,150,200), určte celkovú produkciu po zvýšení.

*Celková produkcia po zvýšení je* ***11700 komponentov****.*

* V telekomunikačnej spoločnosti sa sleduje počet volaní medzi tromi mestami počas troch dní. Počet volaní je reprezentovaný maticou

C =

Ak sa počet volaní zvyšuje o vektor r = (50,75,100), určte celkový počet volaní po zvýšení.

*Celkový počet volaní po zvýšení je* ***9225****.*

### SLOVNÉ ÚLOHY S MNOŽINAMI

* V škole sa študenti prihlásili na dva voliteľné predmety: informatiku a matematiku. Počet študentov v jednotlivých predmetoch je nasledovný:
* Informatika: 45 študentov
* Matematika: 50 študentov
* Študenti, ktorí si vybrali oba predmety: 20 študentov

Koľko študentov si vybralo aspoň jeden z týchto predmetov? Koľko študentov si vybralo iba informatiku? Koľko študentov si vybralo iba matematiku?

*Študentov, ktorí si vybrali aspoň jeden predmet je 75, študentov, ktorí si vybrali iba informatiku je 25 a študentov, ktorí si vybrali iba matemaiku je 30.*

* V databáze zákazníkov sú evidované preferencie pri nákupe elektroniky. Počet zákazníkov, ktorí si kúpili:
* Mobil: 120 zákazníkov
* Notebook: 80 zákazníkov
* Obe zariadenia: 40 zákazníkov

Koľko zákazníkov si kúpilo aspoň jedno zariadenie? Koľko zákazníkov si kúpilo iba mobil? Koľko zákazníkov si kúpilo iba notebook?

*Zákazníkov, ktorí si kúpili aspoň jedno zariadenie je 160, zákazníkov, ktorí si kúpili iba mobil je 80 a zákazníkov, ktorí si kúpili iba notebook je 40.*

* V jednom športe sa sleduje účasť hráčov v dvoch ligách: miestnej a národnej. Počet hráčov je nasledovný:
* Miestna liga: 60 hráčov
* Národná liga: 75 hráčov
* Hráči, ktorí hrajú v oboch ligách: 30 hráčov

Koľko hráčov hrá aspoň v jednej lige? Koľko hráčov hrá iba v miestnej lige? Koľko hráčov hrá iba v národnej lige?

*Hráčov, ktorí hrajú aspoň v jednej lige je 105, hráčov, ktorí hrajú iba v miestnej lige je 30, hráčov, ktorí hrajú iba v národnej lige je 45.*

* V rámci prieskumu obľúbenosti filmových žánrov sa zistilo, že:
* 100 ľudí preferuje akčné filmy
* 80 ľudí preferuje komédie
* 50 ľudí preferuje oba žánre

Koľko ľudí preferuje aspoň jeden z týchto žánrov? Koľko ľudí preferuje iba akčné filmy? Koľko ľudí preferuje iba komédie?

*Počet ľudí, ktorí preferujú aspoň jeden žáner je 130, počet ľudí, ktorí preferujú iba akčné filmy je 50, počet ľudí, ktorí preferujú iba komédie je 30.*

* V anketovom prieskume sa zisťovalo, či ľudia preferujú cestovanie lietadlom alebo vlakom:
* 150 ľudí preferuje lietadlo
* 120 ľudí preferuje vlak
* 70 ľudí preferuje obe možnosti

Koľko ľudí preferuje aspoň jeden spôsob dopravy? Koľko ľudí preferuje iba lietadlo? Koľko ľudí preferuje iba vlak?

*Počet ľudí, ktorí preferujú aspoň jeden spôsob dopravy je 200, počet ľudí, ktorí preferujú iba lietadlo je 80, počet ľudí, ktorí preferujú iba vlak je 50.*

* V študentskej knižnici si študenti požičiavajú knihy z dvoch kategórií: odborná literatúra a beletria. Počet výpožičiek je nasledovný:
* Odborná literatúra: 200 výpožičiek
* Beletria: 150 výpožičiek
* Výpožičky z oboch kategórií: 90 výpožičiek

Koľko výpožičiek bolo celkovo uskutočnených? Koľko výpožičiek patrilo iba do kategórie odbornej literatúry? Koľko výpožičiek patrilo iba do kategórie beletrie? *Celkový počet výpožičiek je 260, počet výpožičiek iba z odbornej literatúry je 110, počet výpožičiek iba z beletrie je 60.*

* V prieskume o používaní sociálnych sietí sa zistilo, že:
* 300 ľudí používa Facebook
* 250 ľudí používa Instagram
* 180 ľudí používa obe platformy

Koľko ľudí používa aspoň jednu z týchto sietí? Koľko ľudí používa iba Facebook? Koľko ľudí používa iba Instagram?

*Počet ľudí, ktorí používajú aspoň jednu platformu je 370, počet ľudí, ktorí používajú iba Facebook je 120, počet ľudí, ktorí používajú iba Instagram je 70.*

* V IT firme sledujú, koľko zamestnancov ovláda programovacie jazyky Python a Java:
* 90 zamestnancov ovláda Python
* 75 zamestnancov ovláda Javu
* 50 zamestnancov ovláda oba jazyky

Koľko zamestnancov ovláda aspoň jeden jazyk? Koľko zamestnancov ovláda iba Python? Koľko zamestnancov ovláda iba Javu?

*Počet zamestnancov, ktorí ovládajú aspoň jeden jazyk je 115, počet zamestnancov, ktorí ovládajú iba Python je 40, počet zamestnancov, ktorí ovládajú iba Javu je 25.*

* V supermarkete sa skúmala preferencia dvoch typov zliav medzi zákazníkmi:
* 400 zákazníkov preferuje percentuálne zľavy
* 350 zákazníkov preferuje fixné zľavy
* 250 zákazníkov preferuje obe formy zliav

Koľko zákazníkov preferuje aspoň jednu z týchto možností? Koľko zákazníkov preferuje iba percentuálne zľavy? Koľko zákazníkov preferuje iba fixné zľavy?

*Počet zákazníkov, ktorí preferujú aspoň jednu z možností je 500, počet zákazníkov, ktorí preferujú iba percentuálne zľavy je 150, počet zákazníkov, ktorí preferujú iba fixné zľavy je 100.*

* V technologickom prieskume sa sledovala popularita operačných systémov medzi používateľmi:
* 500 používateľov používa Windows
* 400 používateľov používa macOS
* 300 používateľov používa oba systémy

Koľko používateľov používa aspoň jeden operačný systém? Koľko používateľov používa iba Windows? Koľko používateľov používa iba macOS?

*Počet používateľov, ktorí používajú aspoň jeden operačný systém je 600, počet používateľov, ktorí používajú iba Windows je 200, počet používateľov, ktorí používajú iba macOS je 100.*